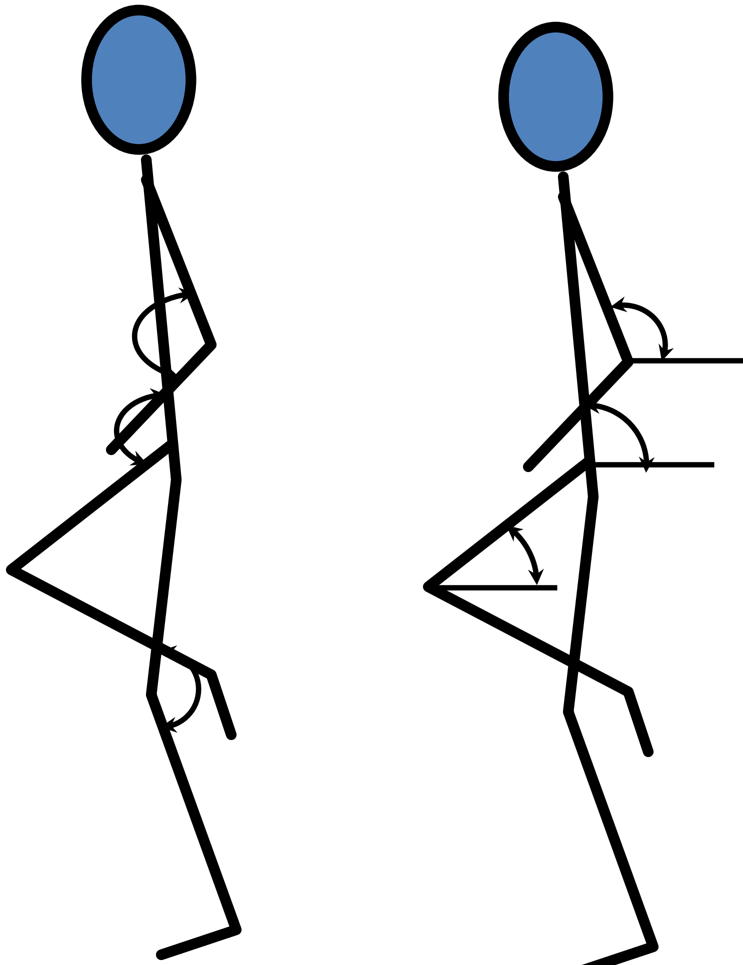
Cinématique Angulaire

Variables Angulaires

	Linéaire		Angulaire	
Position	m	s	deg. ou rad.	θ
Vitesse	m/s	v	rad/s	ω
Accélération	m/s^2	a	rad/s^2	α

La mesure des angles

Angles relatifs
(angles des articulations)



Angles absolus
(angles des segments) L'angle entre un segment et l'horizontale de l'extrémité distale.

Vitesse Angulaire (ω)

- La vitesse angulaire est la variation (delta), de la distance angulaire, par le temps écoulé pour la franchir.
- Elle indique à quelle vitesse l'angle évolue.

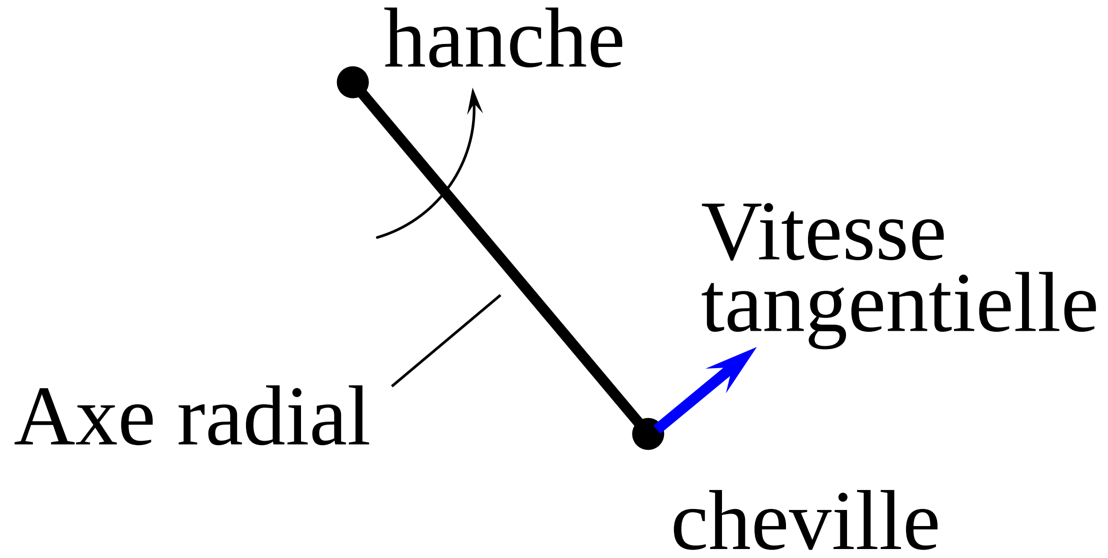
- Unités : rad/s ou degrés/s

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

L’accélération Angulaire (α)

- L’accélération angulaire est la variation de vitesse angulaire par le temps écoulé.
- Elle indique à quelle rapidité la vitesse angulaire évolue.
- Unités : rad/s^2 or degrés/s^2

$$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$



- La direction du vecteur vitesse (v) est perpendiculaire à l'axe radiale et est dans la direction du mouvement. Cette vitesse est appelée la **vitesse tangentielle**.

  Exemple : r = 1 m, ω = 4 rad/sec, Quelle est la magnitude de v ?

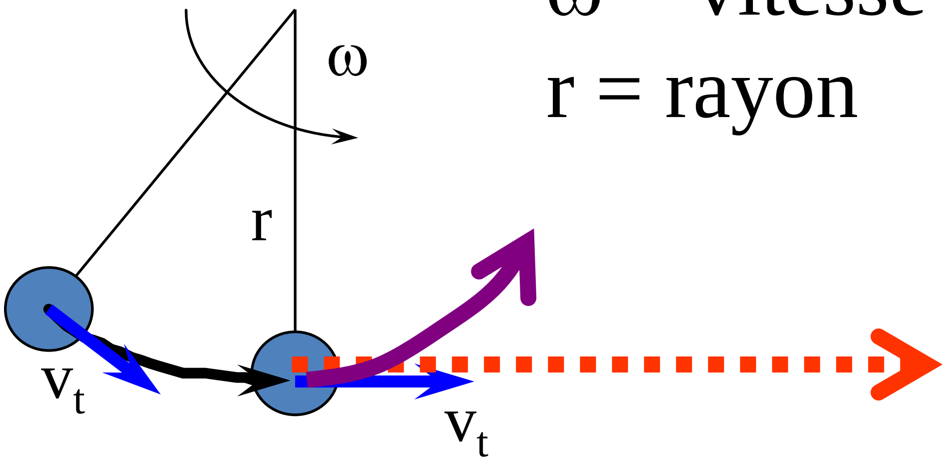
$$v = 4 \text{ rad/s} * 1\text{m} = 4 \text{ m/s}$$

Exemple en Bowling

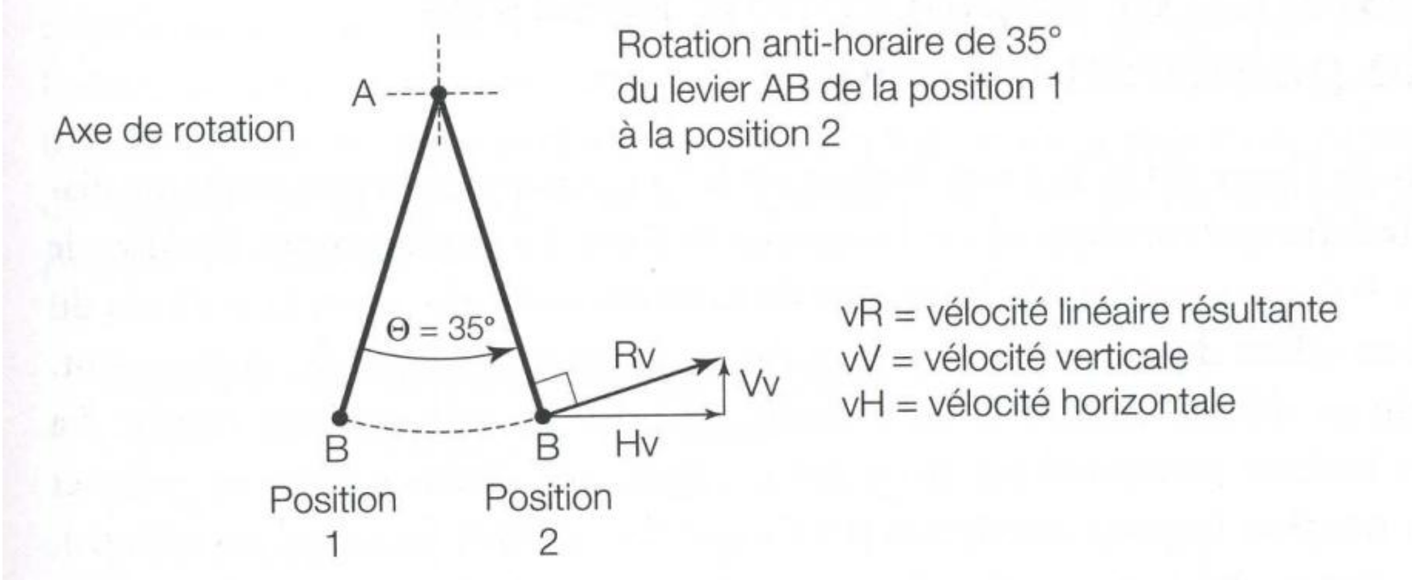
v_t = vitesse tangentielle

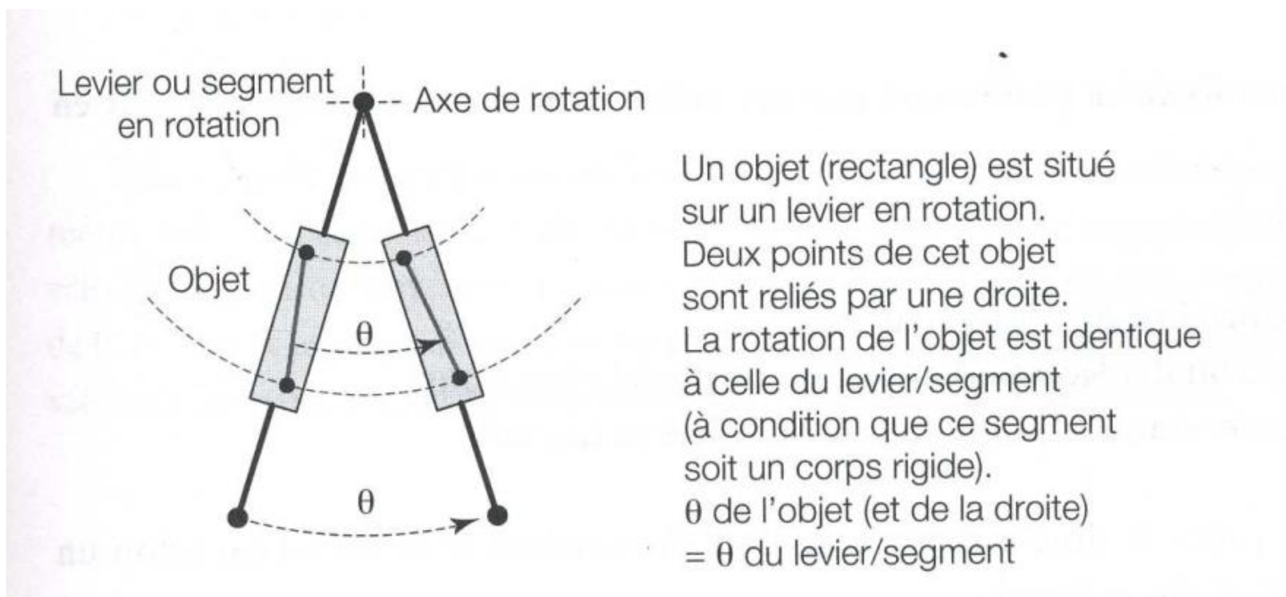
ω = vitesse angulaire

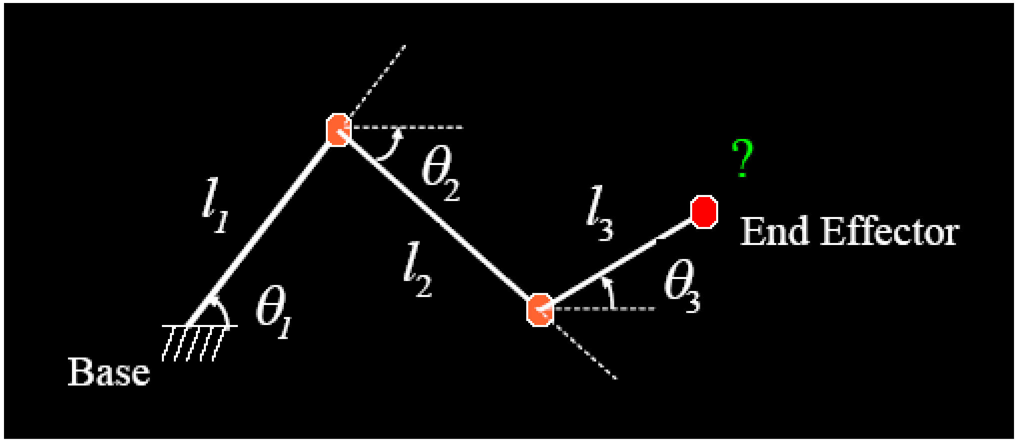
r = rayon



?/?


Rotation anti-horaire de 35°
du levier AB de la position 1
à la position 2
Axe de rotation
A
Θ = 35°
Rv
Vv
Hv
B
B
Position
1
Position
2
vR = vélocité linéaire résultante
vV = vélocité verticale
vH = vélocité horizontale


Levier ou segment
en rotation
Axe de rotation
Objet
θ
θ
Un objet (rectangle) est situé
sur un levier en rotation.
Deux points de cet objet
sont reliés par une droite.
La rotation de l'objet est identique
à celle du levier/segment
(à condition que ce segment
soit un corps rigide).
θ de l'objet (et de la droite)
= θ du levier/segment



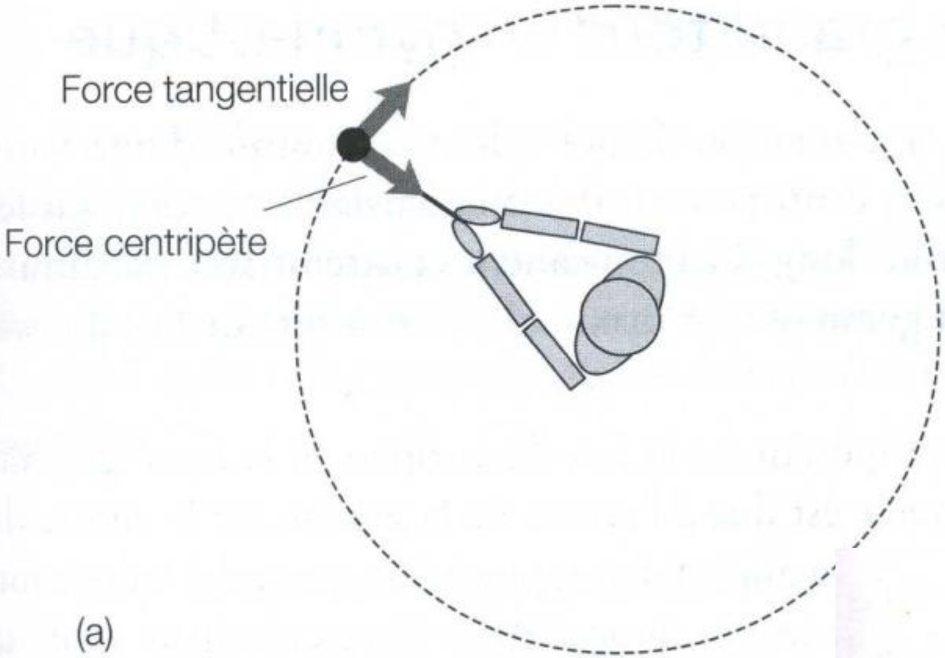
– 2 equations (constraints)

– 3 unknowns

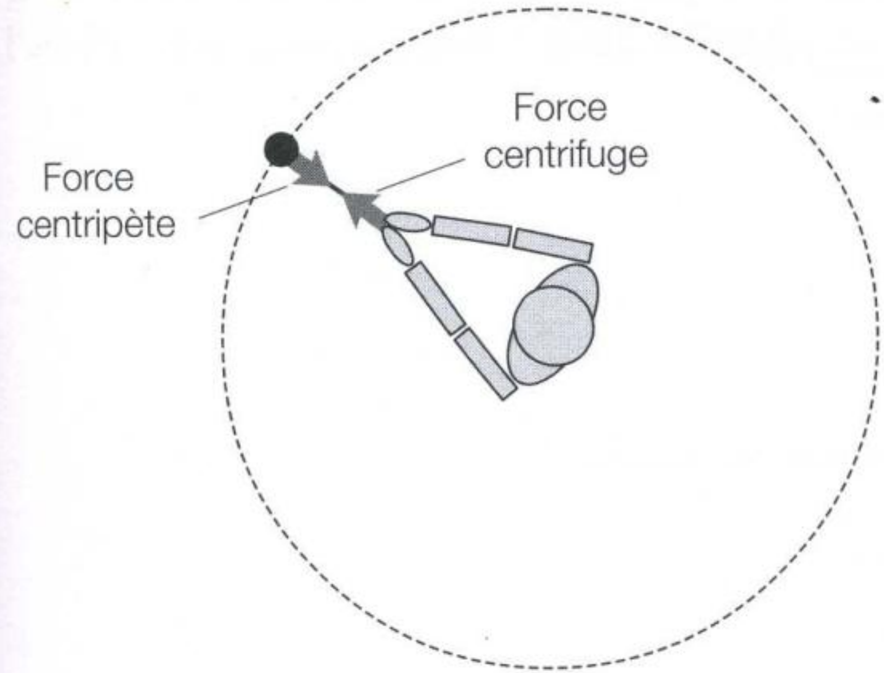
$$x = l_1 \cos(\theta_1) + l_2 \cos(\theta_2) + l_3 \cos(\theta_3)$$

$$y = l_1 \sin(\theta_1) - l_2 \sin(\theta_2) + l_3 \sin(\theta_3)$$

Cinétique angulaire


Force tangentielle
Force centripète

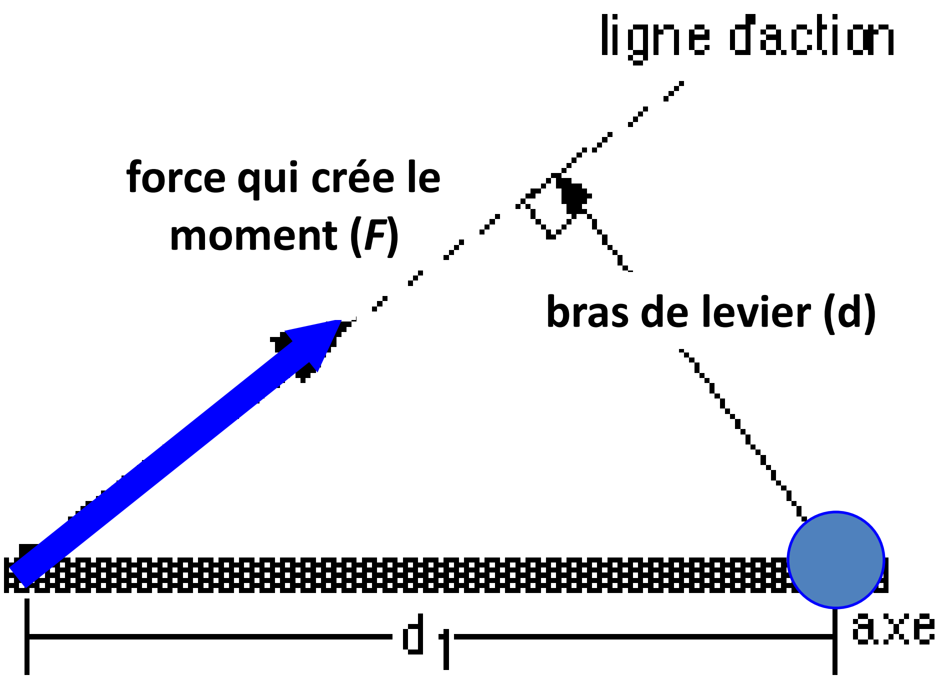
(a)


Force centripète
Force centrifuge

Les moments de force

Définition

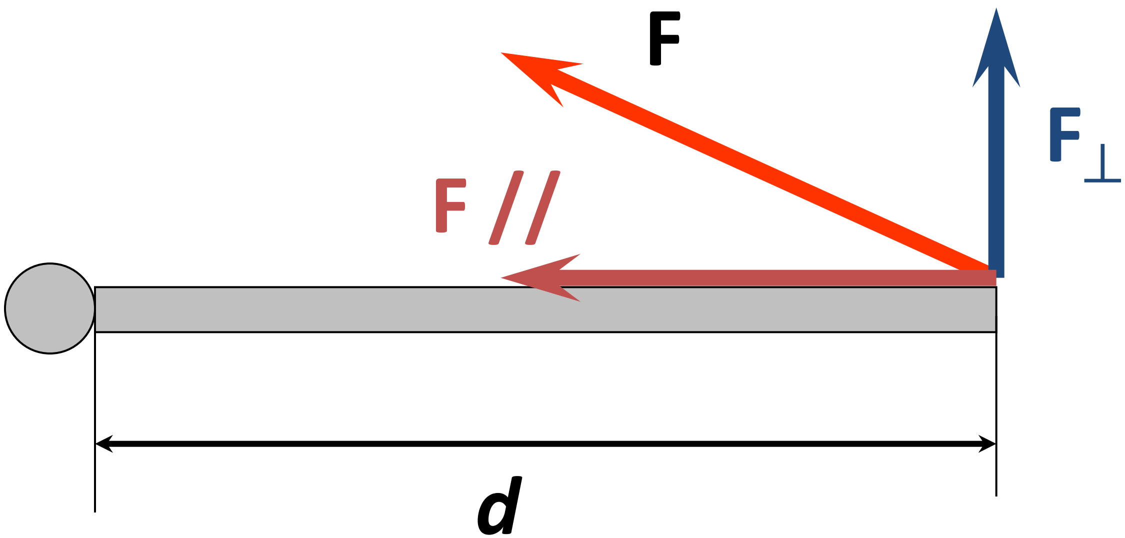
- La mesure de l'efficacité d'une force pour faire tourner un corps rigide autour d'un axe de rotation est le *moment de force* (M_F).



Le bras de levier est la plus courte distance entre l'axe de rotation et la ligne d'action de la force. Il est toujours perpendiculaire (90°) à la ligne d'action.

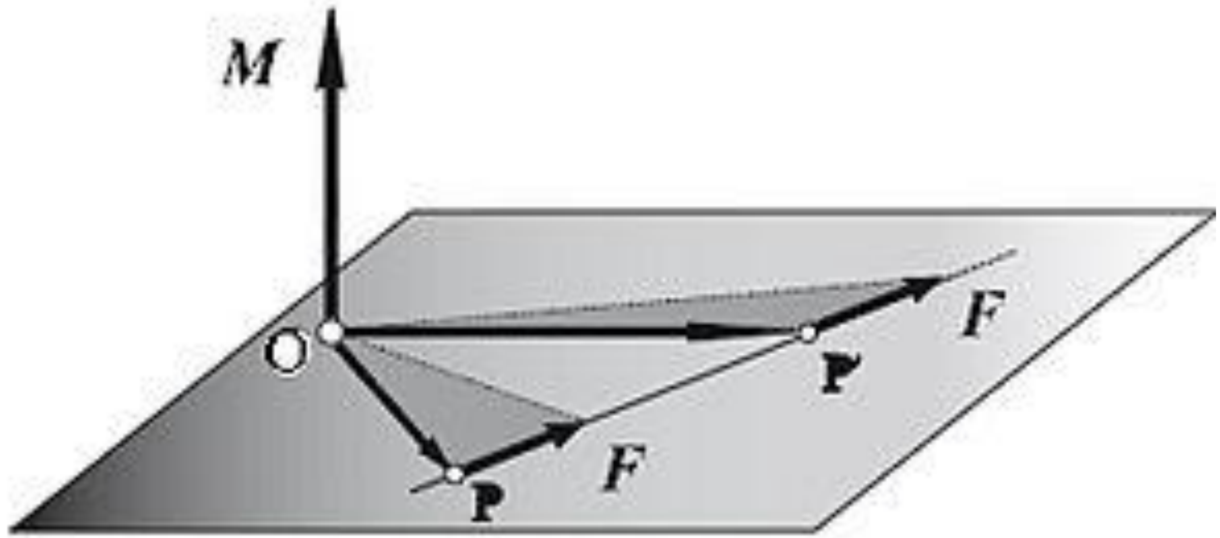
$$M_F = F \times d$$

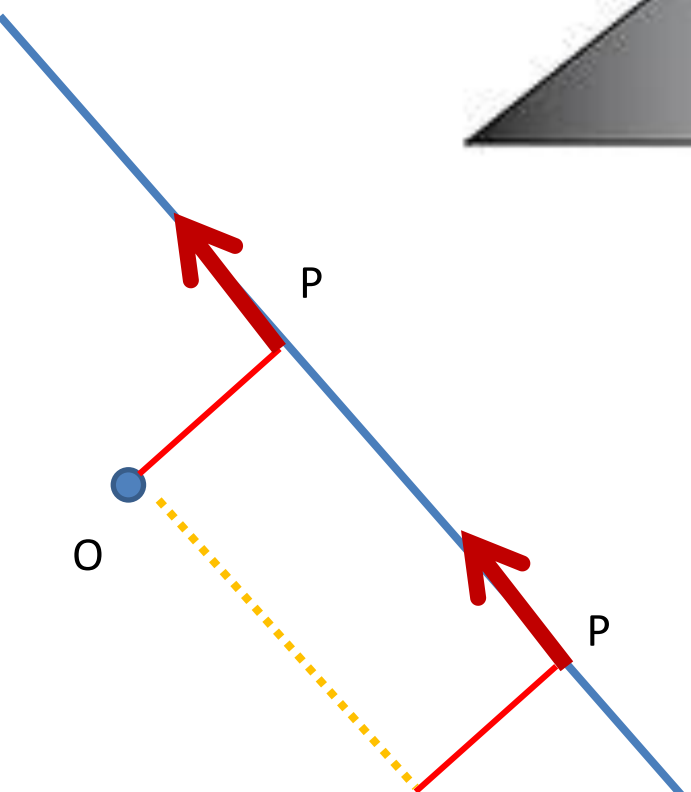
On peut également déterminer M_F à l'aide de ses composantes parallèle et perpendiculaire :



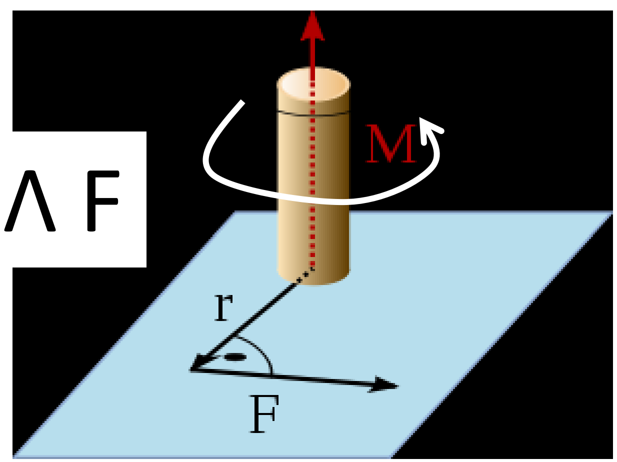
$$M_F = F_\perp \times d \qquad \text{N m}$$

D = « bras de levier »





$$M = r \wedge F$$



Propriétés d’un moment de force

Le moment est une quantité vectorielle; il possède donc les mêmes propriétés que les vecteurs:

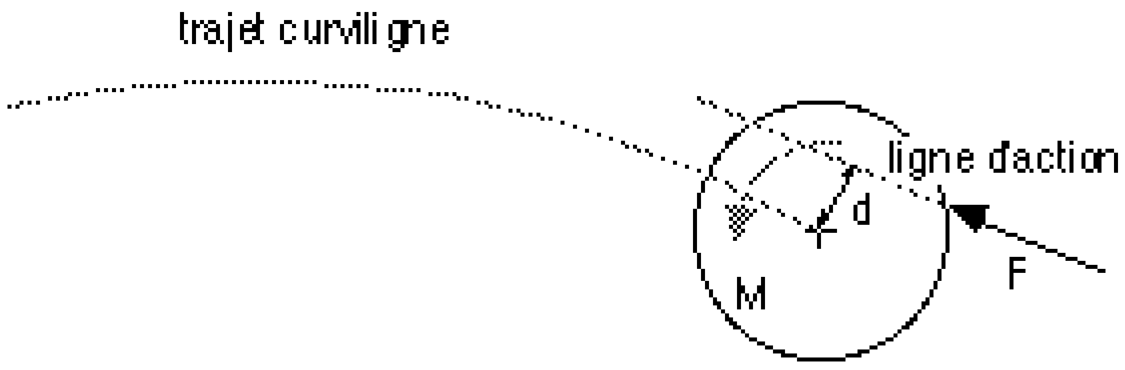
- une amplitude (F x d),

- une direction (horaire ou anti-horaire),

- une ligne d'action

- un point d'application

L'amplitude de la vitesse de rotation est déterminée par la distance perpendiculaire qui sépare la ligne d'action de la force et le centre de gravité, l'amplitude de la force et le temps d'application de cette force.



Conditions d'équilibre statique

En présence d'un corps au repos, nous pouvons appliquer les conditions d'équilibre suivantes:

- la sommation des forces auxquelles le corps est soumis est nulle et,

- la sommation des moments autour de n'importe quel point du corps est nulle. Ces conditions d'équilibre s'expriment par les trois équations suivantes:

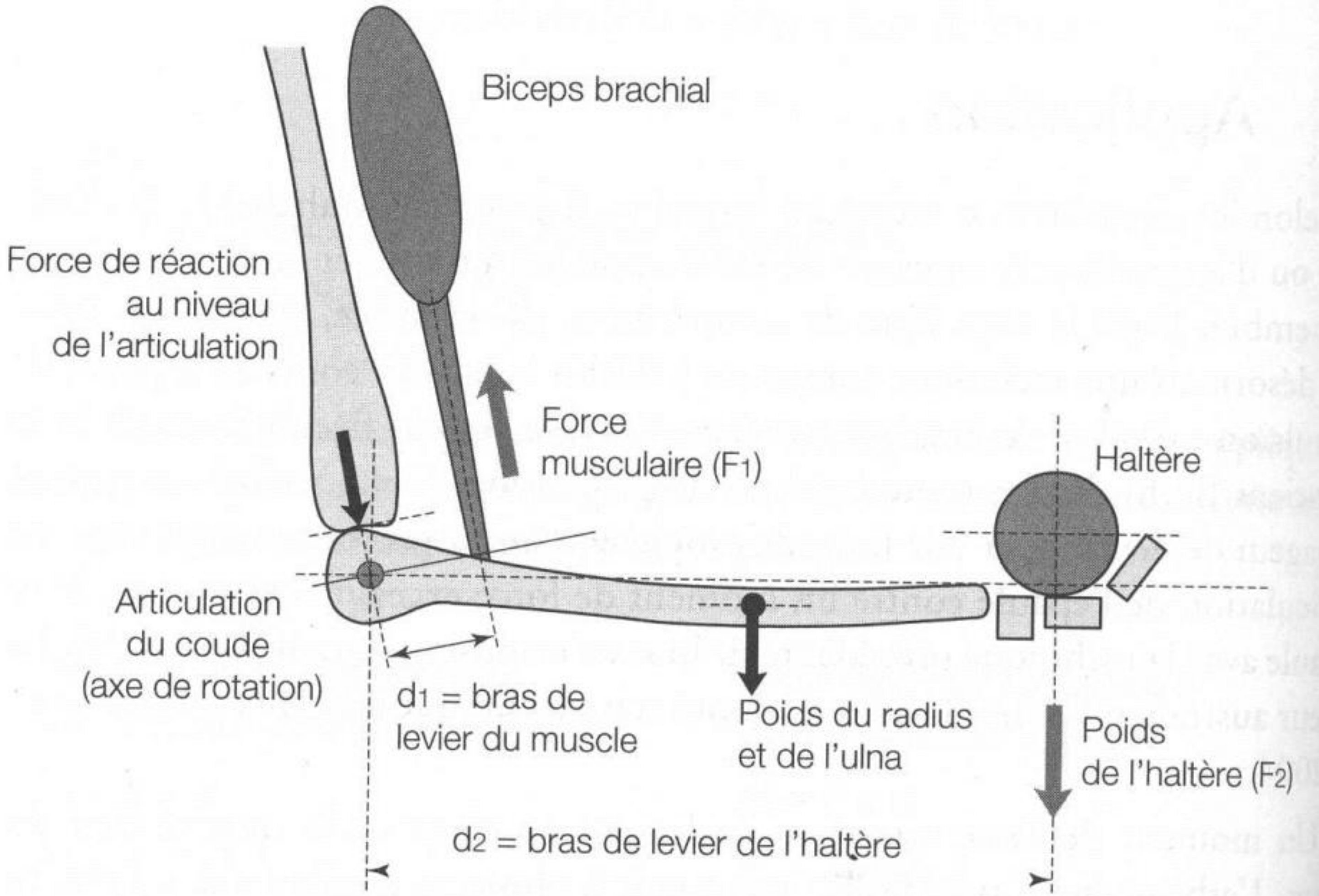
$$\sum F_{ext} = 0$$

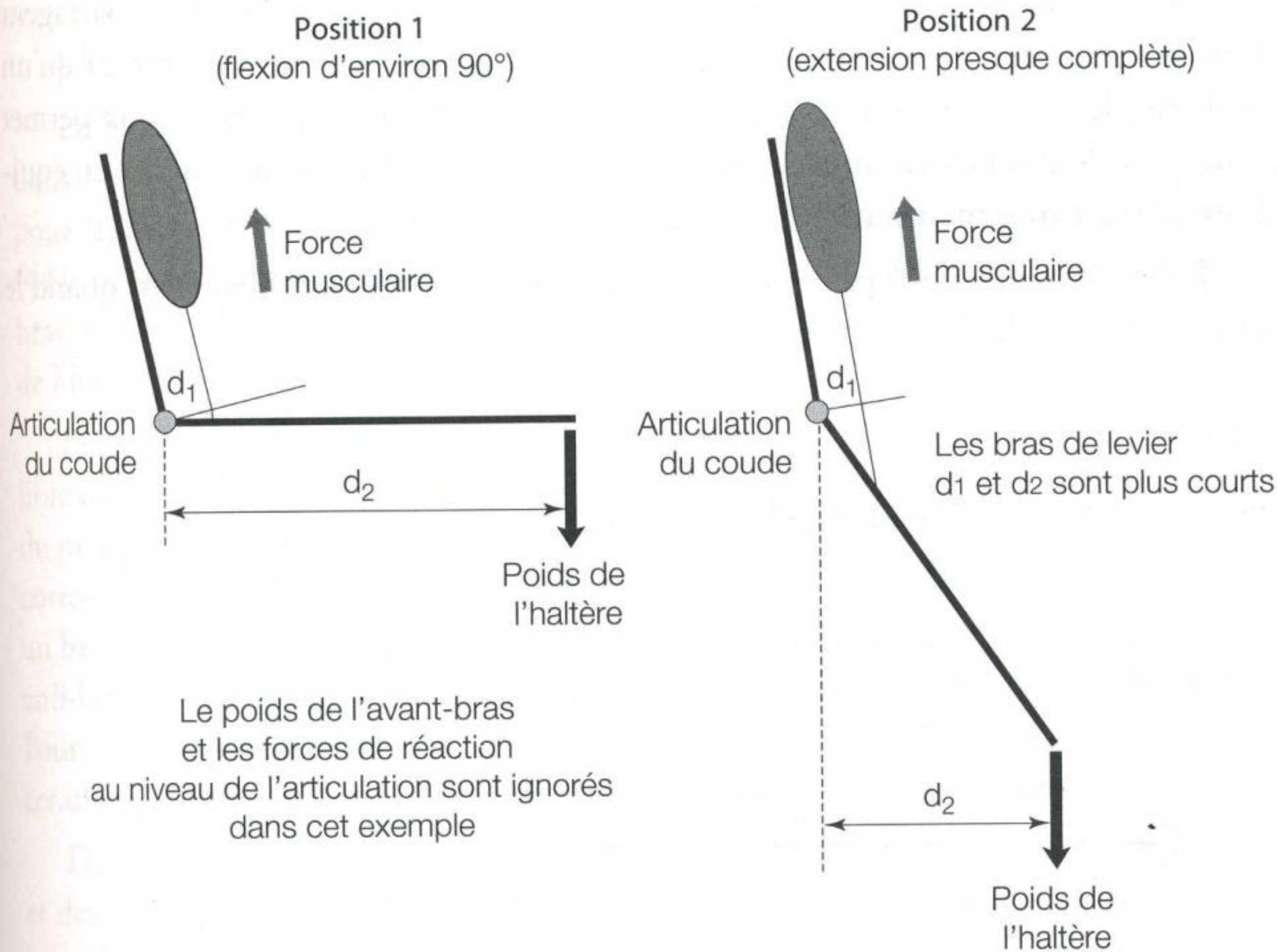
$$\sum M_{Fext} = 0$$

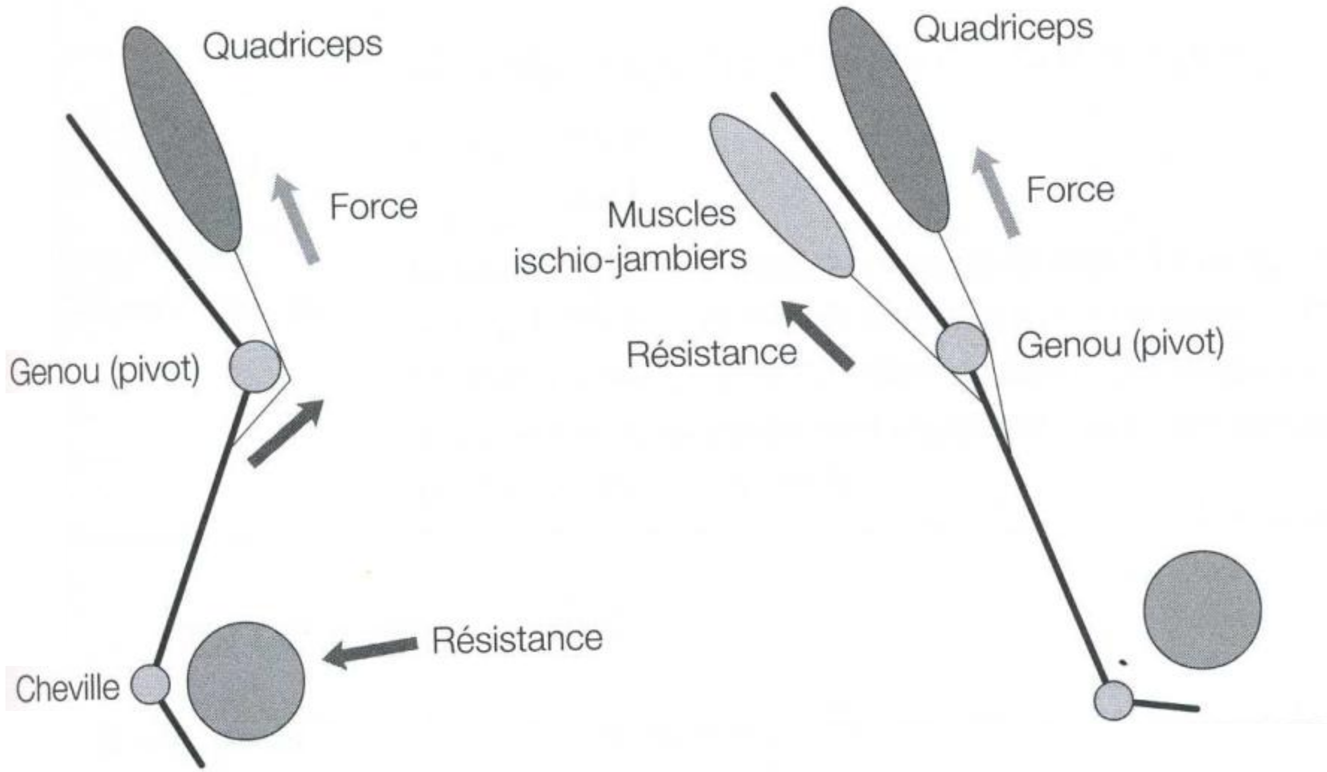
- Dans le corps humain, les moments sont produits quand les muscles tirent les os. Les segments agissent comme des barres rigides qui jouent mécaniquement le rôle de leviers dont l'axe est situé à l'articulation.

- Les muscles sont responsables en majeure partie des forces qui produisent la rotation puisque leur point d'attachement est situé à une certaine distance de l'articulation. Plus la contraction du muscle est élevée, plus le moment est grand.

- Le moment qu'un muscle peut exercer sur un segment dépend donc de la position de ce segment.


Biceps brachial
Force de réaction
au niveau
de l'articulation
Force
musculaire (F1)
Haltère
Articulation
du coude
(axe de rotation)
d1 = bras de
levier du muscle
Poids du radius
et de l'ulna
Poids
de l'haltère (F2)
d2 = bras de levier de l'haltère


Position 1
(flexion d'environ 90°)
Force musculaire
d1
Articulation du coude
d2
Poids de l'haltère
Le poids de l'avant-bras et les forces de réaction au niveau de l'articulation sont ignorés dans cet exemple
Position 2
(extension presque complète)
Force musculaire
d1
Articulation du coude
Les bras de levier d1 et d2 sont plus courts
d2
Poids de l'haltère


Quadriceps
Force
Genou (pivot)
Cheville
Résistance
Quadriceps
Force
Muscles
ischio-jambiers
Résistance
Genou (pivot)

La relation entre le moment de force, le moment d'inertie et l'accélération angulaire

L'amplitude de l'accélération angulaire d'un système dépend du moment appliqué et de la résistance du système au mouvement de rotation.

$$\mathbf{M = I\,\alpha}$$

M = le moment

I = le moment d 'inertie

α = accélération angulaire

- Dans un mouvement linéaire la résistance inertielle d ’un corps est égale à sa masse

- Dans un mouvement angulaire la résistance inertielle au mouvement est fonction de la masse du corps et de la distribution de cette masse par rapport à l ’axe de rotation.

- La distance qui sépare la distribution de la masse et l'axe de rotation, c'est le rayon de giration par rapport à l'extrémité d'un corps.

Le moment d’inertie

- Le moment d ’inertie est défini par l ’équation

$$I = m\,r^{2}$$

I = le moment d ’inertie

m = la masse du corps en kg

r = le rayon de giration en mètre

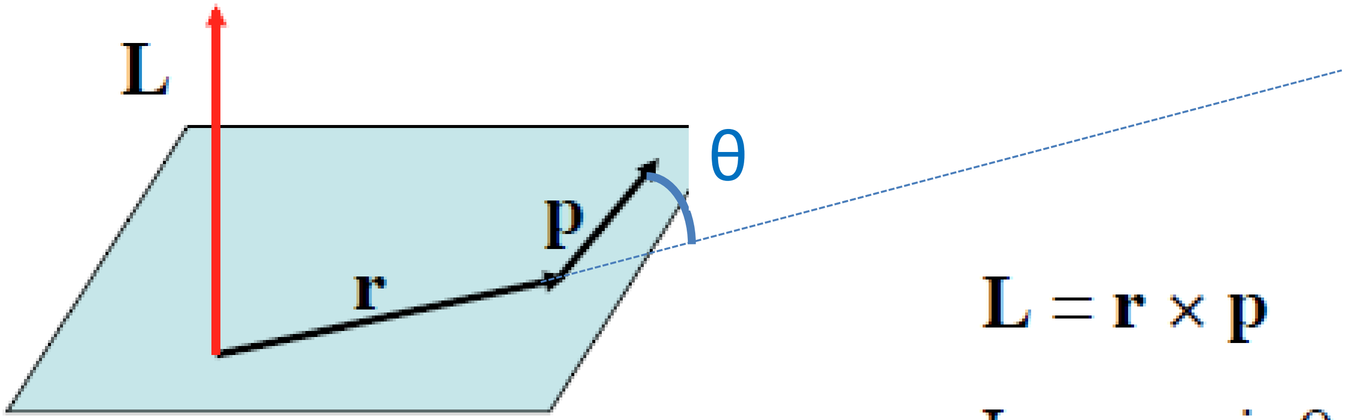
La quantité de mouvement angulaire

Ou moment angulaire *ou* moment cinétique

- Si une masse se déplace à une certaine vitesse, elle possède une quantité de mouvement. Dans les mouvements de rotation, on parle de la quantité de mouvement angulaire qui se définit comme suit:

$$L = I \,.\, \omega = m.\, r^2 \,.\, \omega = r \wedge p$$

L est la quantité de mouvement angulaire (kg m2 /sec)
I est le moment d'inertie (*résistance* d'un corps soumis à une mise en rotation; kg·m²)
ω est la vitesse angulaire;
m est la masse;
r est le rayon de giration.



$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$$

$$L = r\,p\,\sin\theta$$

Nous pouvons donc énoncer les principes suivants à partir de l'équation précédente:

- <u>Principe 1:</u>

La quantité de mouvement angulaire est directement proportionnelle au carré du rayon de giration.

- <u>Principe 2:</u>

La quantité de mouvement angulaire est directement proportionnelle à la vitesse angulaire.

Le moment des forces est la dérivée du moment cinétique par rapport au temps

Le moment cinétique global est la somme des moments cinétiques segmentaires

L'impulsion angulaire

Le concept d'impulsion angulaire s'explique en faisant la relation entre la quantité de mouvement angulaire d'un système et tout moment externe appliqué à ce système.

La variation de la quantité de mouvement angulaire n'est possible que par l'application d'une force apte à créer un moment.

Le facteur temps multiplié par le moment donne l'impulsion angulaire ou la variation de la quantité de mouvement.

Quantitativement, l'impulsion est exprimée de la façon suivante:

$$\Delta L = I.\ \omega_2 - I.\ \omega_1$$

La conservation de la quantité de mouvement angulaire

Lorsqu'une impulsion angulaire a donné à un système une quantité de mouvement angulaire (moment cinétique), cette quantité de mouvement demeure invariable en absence de moments externes.

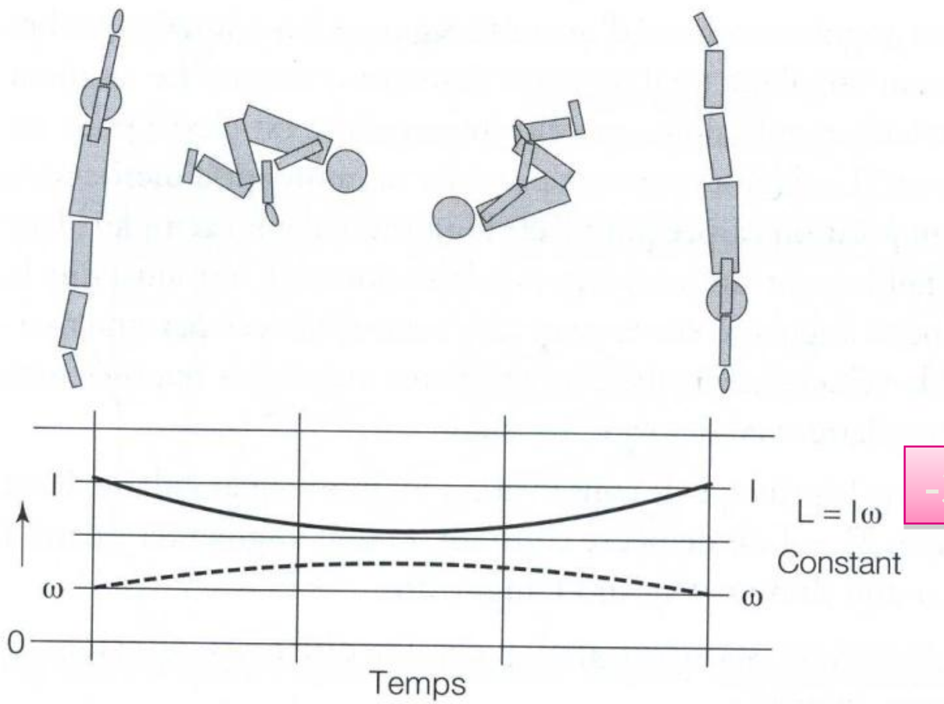
Ce principe énonce que la quantité de mouvement angulaire d'un corps isolé demeure le même, indépendamment des mouvements et moments internes au système, tant et aussi longtemps qu'aucun moment externe n'est appliqué.

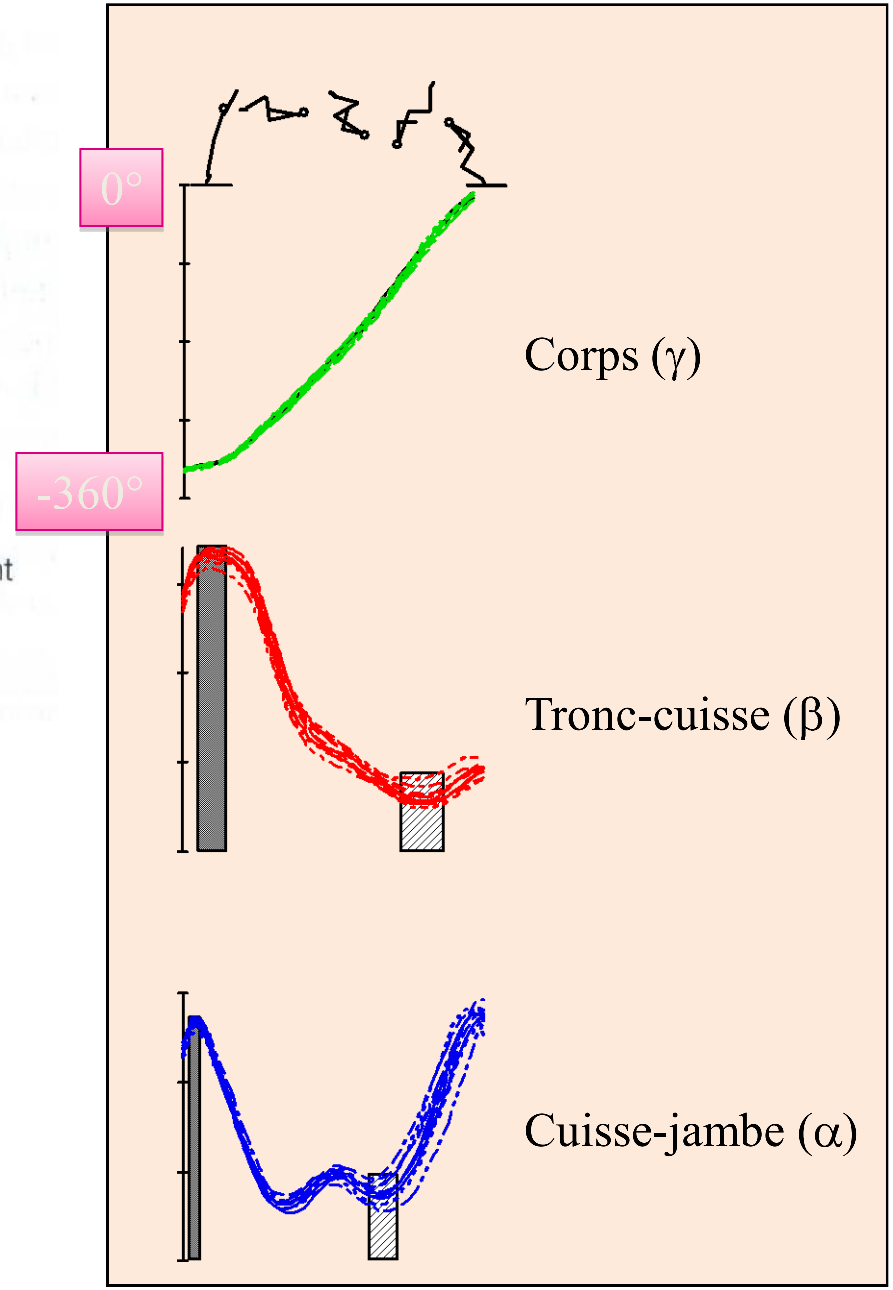
Quand la résultante des moments des forces agissant sur un corps est nulle, le moment cinétique du corps est constant au cours du temps.

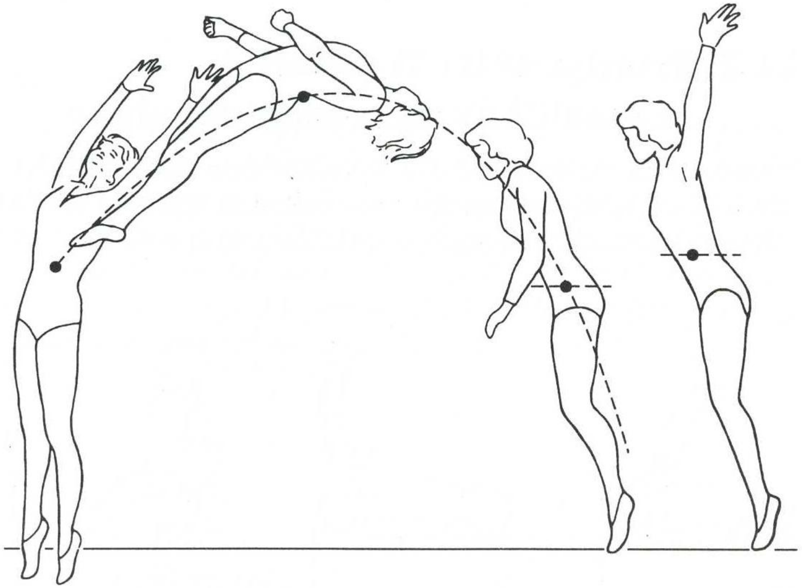
Si le moment d'inertie du corps est augmenté la vitesse angulaire du corps sera diminuée, mais la quantité de mouvement sera maintenue constante.

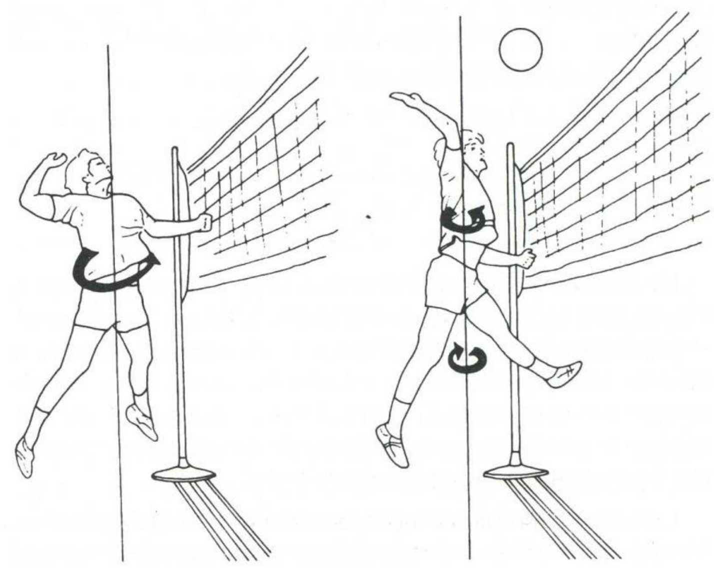
si le moment d'inertie est diminué, la vitesse angulaire sera augmentée tout en conservant constante la quantité de mouvement angulaire.

Si la quantité de mouvement est constante et que la masse est constante, la vitesse angulaire s'ajuste en fonction du rayon de giration pour que le produit $I \cdot \omega$ donne toujours la même valeur.


I
I
L = Iω
Constant
ω
ω
0
Temps


0°
-360°
Corps (γ)
Tronc-cuisse (β)
Cuisse-jambe (α)





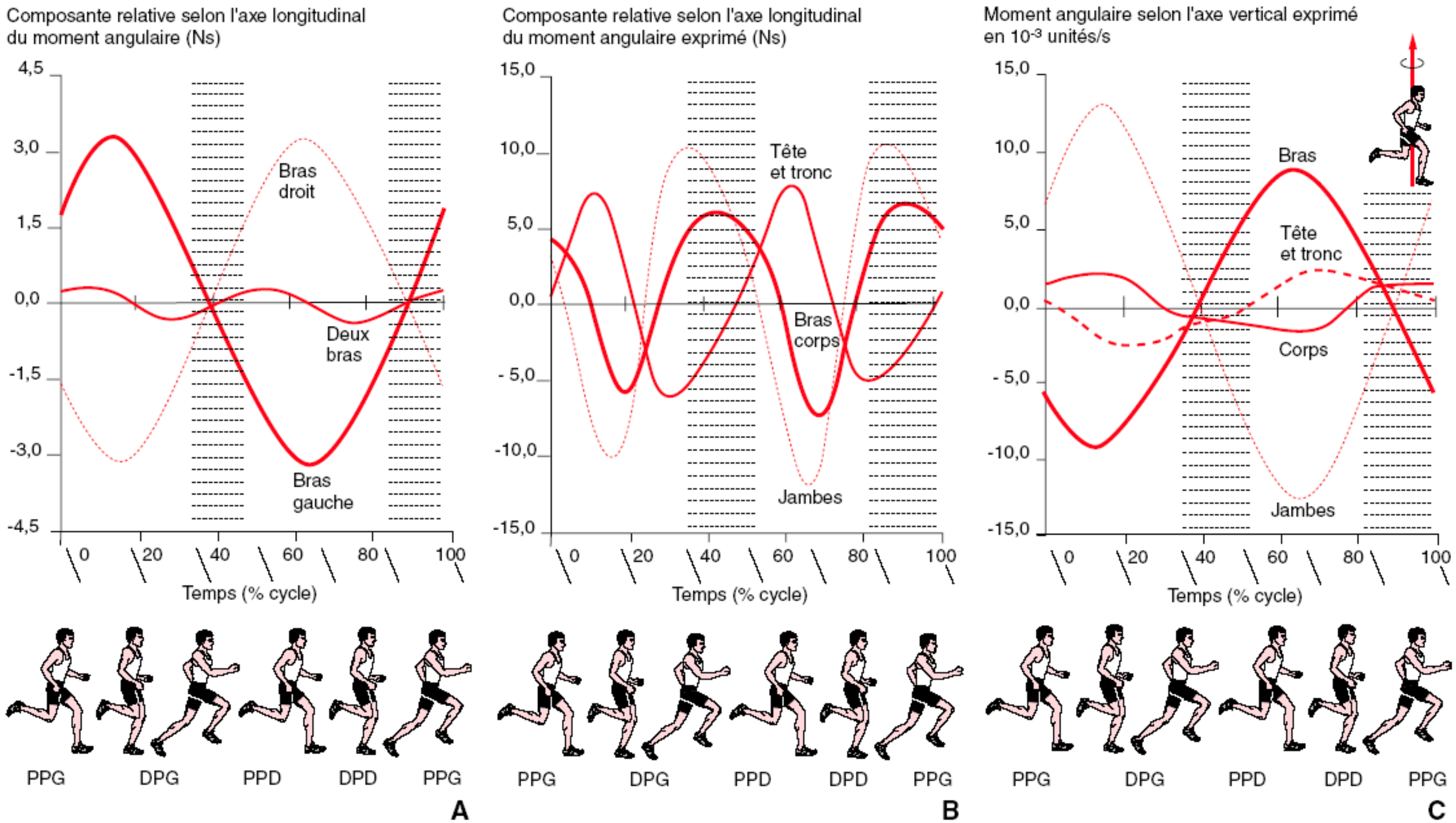
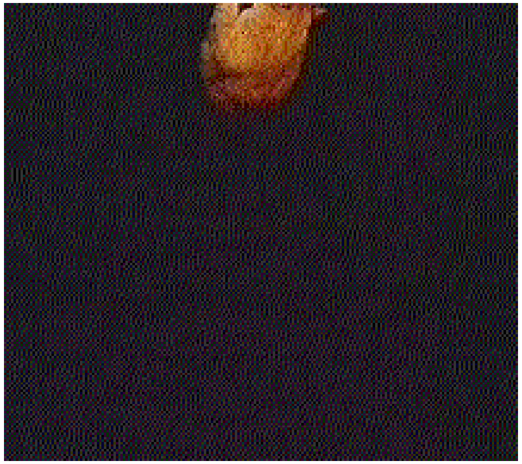
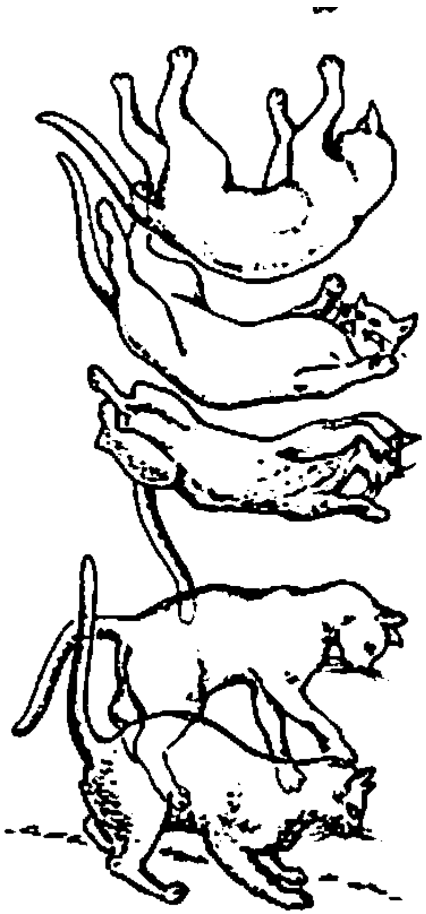


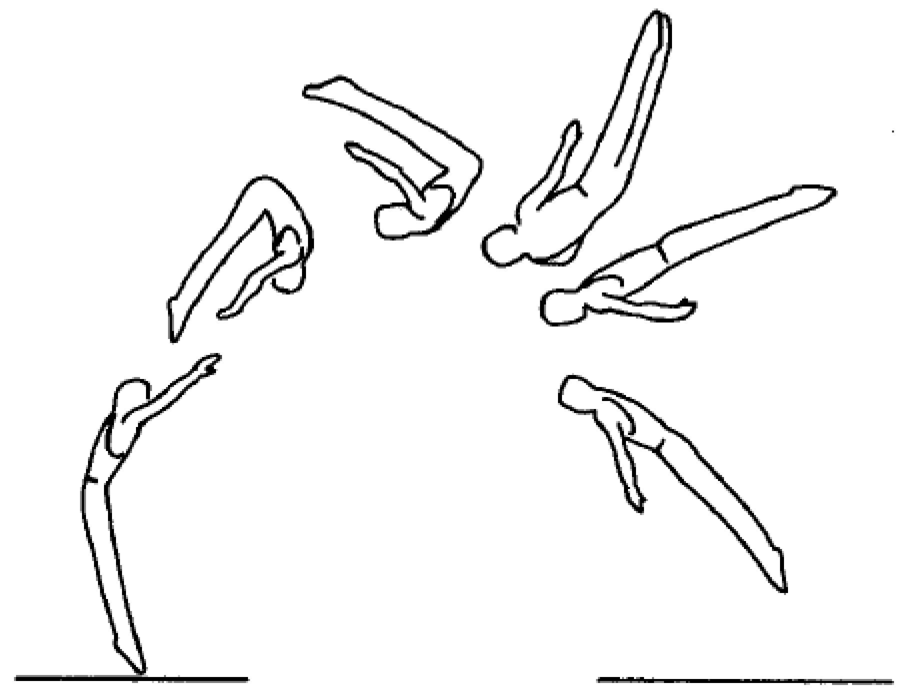
Figure 14. Composantes du moment cinétique relatif de certains segments.
A. Moyenne des courbes de la composante antéropostérieure (longitudinale) du moment angulaire des bras pour une course de 3,8 m/s.
B. Moyenne des courbes de la composante antéropostérieure (longitudinale) du moment angulaire des segments et du corps pour une course de 3,8 m/s.
C. Moyenne des courbes de la composante verticale du moment angulaire des segments et du corps pour une course de 4,5 m/s (pour faciliter la comparaison entre les sujets, le moment angulaire absolu, exprimé en $kg.m^2.s^{-2}$ a été normalisé en le divisant par la masse du sujet en kg et par le carré de la taille en mètre. Comme les valeurs obtenues sont plutôt faibles, elles sont exprimées en 10^{-3} ou 0,001/s). PPG : pose du pied gauche ; DPG : décollage du pied gauche (les orteils du pied gauche quittent le sol) ; PPD : pose du pied droit ; DPD : décollage du pied droit (les orteils du pied droit quittent le sol).

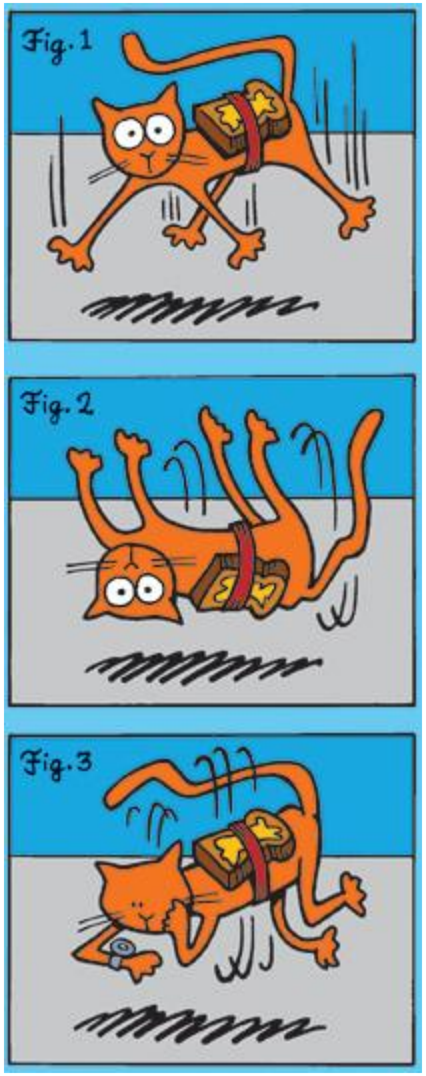
Conservation du moment angulaire (= 0)



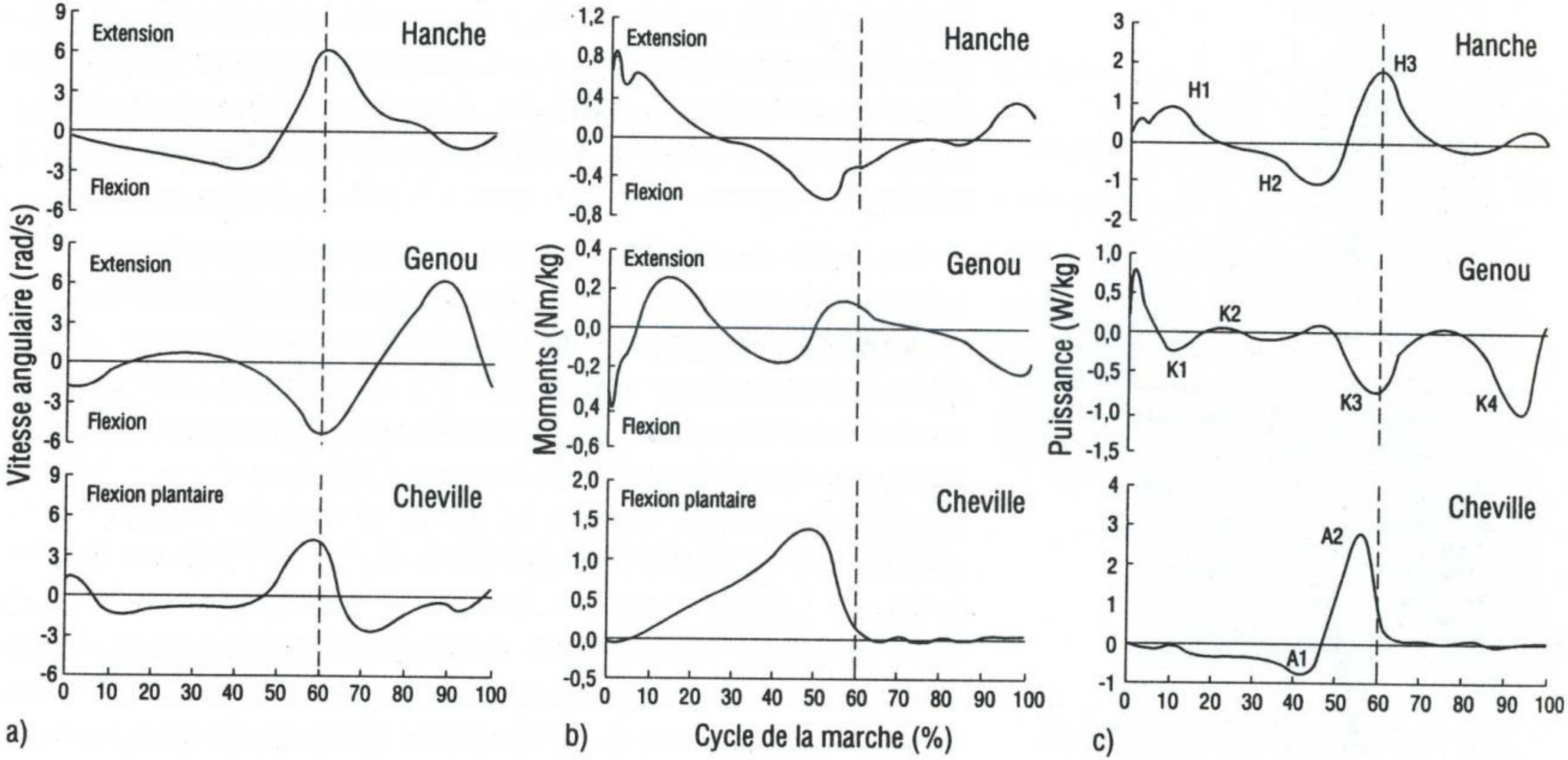
Gymnastique : Application en l'absence de moment angulaire à l'impulsion



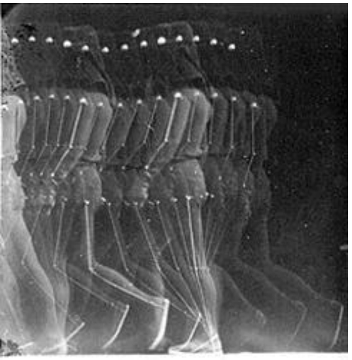




paradoxe de la lévitation félino-tartinique



Vitesse angulaire (rad/s)
Extension
Flexion
Hanche
Genou
Flexion plantaire
Cheville
a)
Moments (Nm/kg)
b)
Cycle de la marche (%)
Puissance (W/kg)
H1
H2
H3
K1
K2
K3
K4
A1
A2
c)



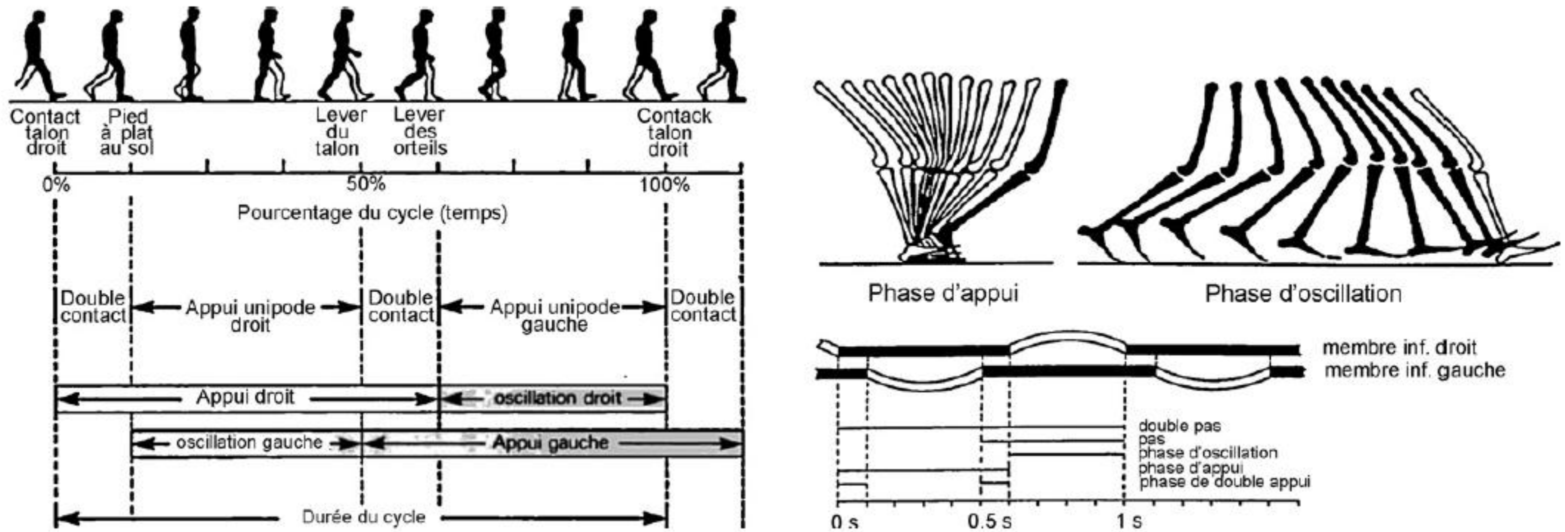


Fig. 1 – Rappel physiologique : le cycle de marche (d'après Viel, 2000 et Bouisset, 2002).
Gait cycle (from* Viel, 2000 *et* Bouisset, 2002*).

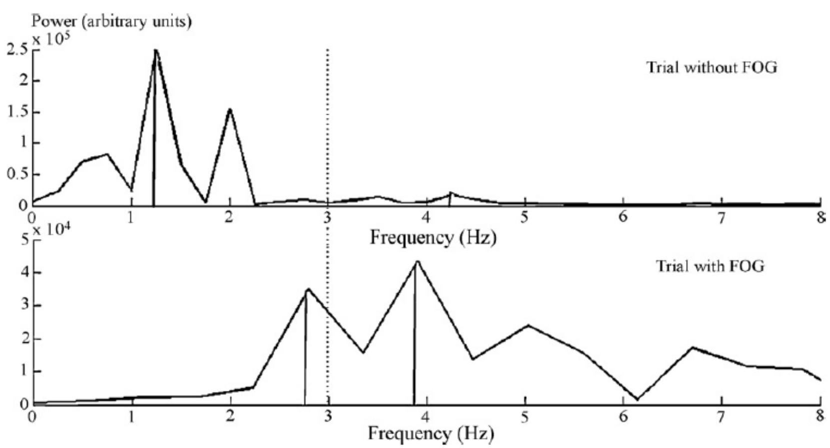


Fig. 2 – Transformée rapide de Fourier du signal du goniomètre dans la fenêtre temporelle qui suit le franchissement de l'obstacle (correspondant à 5 pas). Dans le cas de l'essai sans *freezing* (partie haute), on note une fréquence dominante à 1,2 Hz sans pic large dans la bande 3 à 8 Hz. Dans le cas de l'essai avec un *freezing* (partie basse de la figure), notez la diminution de la fréquence dominante dans la bande 0 à 3 Hz et l'augmentation dans la bande 3 à 8 Hz.